

# Corso di Fondamenti di Segnali e Trasmissione

Allievi Ingegneri Informatici - sede di Cremona

II prova scritta – 4 luglio 2005

## Esercizio 1

Si consideri il filtro lineare tempo-invariante con risposta all'impulso:

$$h(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t-T}{T}\right)$$

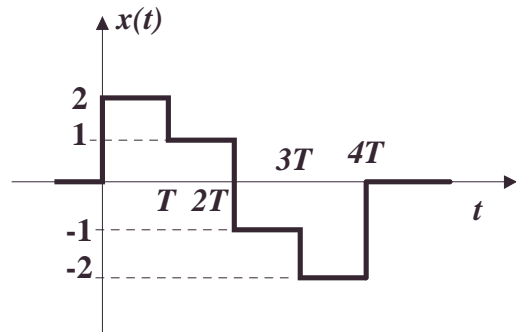


Fig.1

- Disegnare la risposta all'impulso del filtro. E' causale?
- Sia  $x(t)$  rappresentato in Fig.1 il segnale all'ingresso del filtro. Disegnare il grafico di  $y(t)$  uscita del filtro.
- Calcolare l'energia di  $y(t)$ .

## Esercizio 2

Un dispositivo di campionamento, quantizzazione e conversione in formato numerico (ADC, *Analog to Digital Converter*) per segnali analogici di banda 20 kHz e distribuzione uniforme dell'ampiezza, campiona a frequenza  $f_c = 44$  kHz ed è progettato con un numero di bit per campione  $N_q$  tale da garantire 30 dB di rapporto segnale/rumore di quantizzazione ( $SNR_Q$ ).

- Calcolare il ritmo di bit all'uscita dell'ADC.

Ad un esame più accorto si scopre che il segnale analogico d'ingresso ha banda 21 kHz e distribuzione delle ampiezze riportata in fig. 2.

- Il vero  $SNR_Q$  risulterà inferiore o superiore a quello nominale? Perché?
- Calcolare l' $SNR_Q$  effettivo e ridimensionare i parametri  $f_c$  e  $N_q$  dell'ADC per adattarlo alle nuove caratteristiche del segnale e alle specifiche ( $SNR_Q \geq 30$  dB).

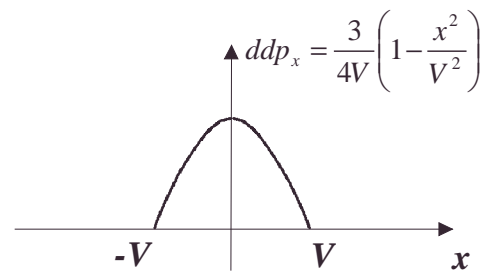


Fig. 2

## Esercizio 3

Si vuole installare un collegamento a 30 Mb/s tramite ponte radio in una banda  $B_c$  di 20 MHz centrata a  $f_0 = 1$  GHz. Il canale complessivo (tenendo conto dei guadagni delle antenne, attenuazioni e perdite) introduce un'attenuazione complessiva di 80 dB.

Scegliere un sistema di modulazione adatto, e determinare la potenza che occorre ricevere e trasmettere, assumendo una densità spettrale (monolatera) di potenza di rumore  $N_0 = 10^{-18}$  [W/Hz] ed un BER tollerabile pari a  $10^{-8}$ .

## Soluzioni

### Esercizio 1

a) il filtro è causale

b)  $y(t)$  è lineare a tratti:

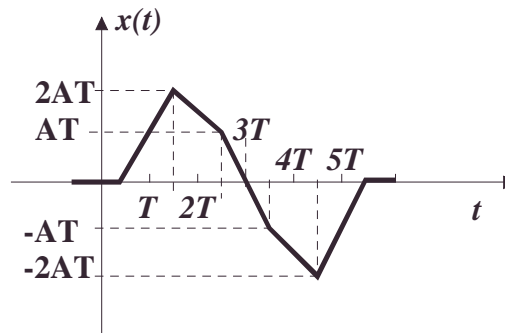
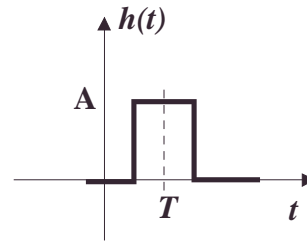
$$y(t) = 2AT \operatorname{tri}\left(\frac{t}{T} - \frac{3}{2}\right) - AT \operatorname{tri}\left(\frac{t}{T} - \frac{5}{2}\right) + AT \operatorname{tri}\left(\frac{t}{T} - \frac{7}{2}\right) - 2AT \operatorname{tri}\left(\frac{t}{T} - \frac{9}{2}\right)$$

c) Conviene spezzare l'integrale in due parti e poi in tre:

$$E_y = 2 \int_{T/2}^{3T/2} y(t)^2 dt = 2 \left( \int_{T/2}^{3T/2} y^2 dt + \int_{3T/2}^{5T/2} y^2 dt + \int_{5T/2}^{3T} y^2 dt \right)$$

$$= 2 \left( \frac{4}{3} A^2 T^3 + \frac{7}{3} A^2 T^3 + \frac{1}{6} A^2 T^3 \right) = \frac{23}{3} A^2 T^3$$

metà energia di  $2AT \operatorname{tri}\left(\frac{t}{T}\right)$       metà energia di  $AT \operatorname{tri}\left(\frac{2t}{T}\right)$



### Esercizio 2

a) Con  $ddp_x$  uniforme  $SNR_Q = 6N_Q = 30 \text{ dB} \Rightarrow N_Q = 5 \text{ bit/camp.}$  e quindi  $R_b = f_c N_Q = 220 \text{ kb/s}$

b) Sarà inferiore, perchè rispetto al caso a  $ddp$  uniforme, ora il segnale  $x$  assume con maggior probabilità livelli più bassi di ampiezza su cui l'errore relativo di quantizzazione è maggiore.

$$c) E[x^2] = \frac{3}{4V} \int_{-V}^V x^2 ddp_x(x) dx = \frac{3}{4V} \int_{-V}^V x^2 \left(1 - \frac{x^2}{V^2}\right) dx = \frac{3V^2}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = \frac{V^2}{5}$$

Con  $e_q$  uniforme  $SNR_Q = \frac{3}{5} 2^{2N_Q}$ ,  $SNR_Q|_{dB} \cong 6N_Q - 2.2 = 27.8 \text{ dB}$ , per cui  $f_c$  è sufficiente, ma occorrono almeno  $N_Q=6 \text{ bit/campione}$ , cioè 64 livelli di quantizzazione

### Esercizio 3

Occorre una modulazione M-QAM (banda passante) con  $B_{\min} = \frac{R_b}{\log_2 M} = \frac{30}{\log_2 M} \text{ MHz} < B_c = 20 \text{ MHz} \Rightarrow M = 4$

4-QAM:  $B = \frac{R_b}{2} (1 + \alpha) = 20 \text{ MHz} \Rightarrow (1 + \alpha) \cong 1.3$ ,  $\alpha = 30\%$ , Ok

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = 10^{-8} \Leftrightarrow \frac{E_b}{N_0} = 12 \text{ dB} \Rightarrow E_b = 16N_0 \Rightarrow P_r = 16R_b N_0 = -63.2 \text{ dB}_m \Rightarrow P_t = P_r + 80 = 16.8 \text{ dB}_m$$