

Cognome e Nome:

matricola:

Firma

Fondamenti di Segnali e Trasmissione

11/05/2006

1

In MATLAB definire i vettori **f**, **H** che rappresentano la risposta in frequenza di un filtro LTI:

$$H(f) = \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi f)) \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$

sull'intervallo $-5 \leq f \leq 4.95 \text{ Hz}$ con passo **df** = 0.05 Hz.
In figura 1 ne è riportato il grafico.

NOTA: si supponga di disporre di una funzione **rect.m** già definita.

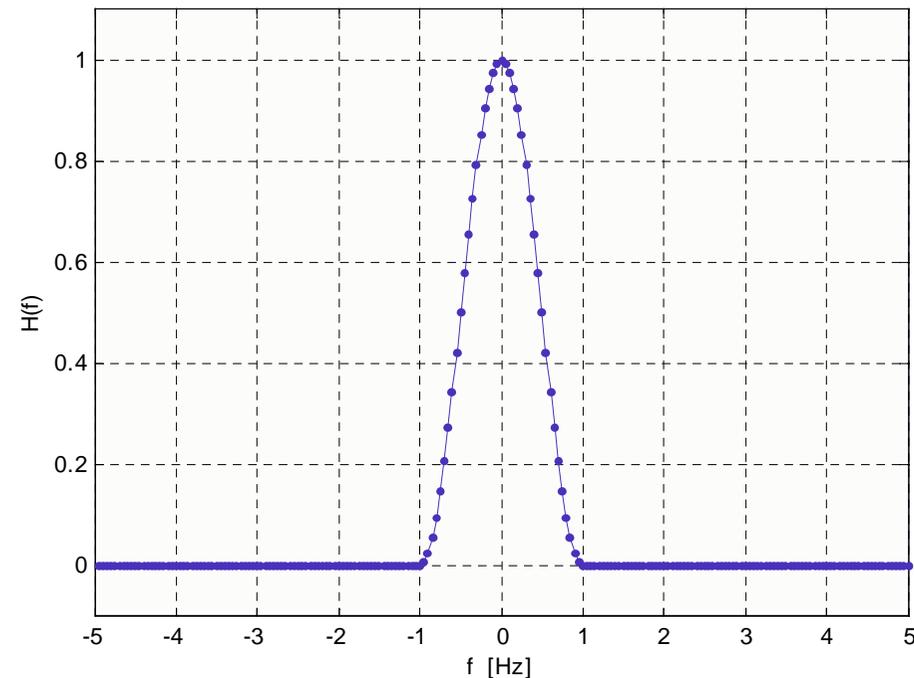


Fig. 1

```
>> df=0.05;  
>> f=-5:df:4.95;  
>> H=0.5*(1+cos(f*pi)).*rect(f/2);
```

2

Ripetere l'esercizio precedente immaginando di NON avere a disposizione una funzione MATLAB **rect.m**

```
>> df=0.05;  
>> f=-5:df:4.95;  
>> H=0.5+0.5*cos(f*pi);  
>> set=find(abs(f)>1);  
>> H(set)=0;
```

Si stimi numericamente l'energia di H(f). Che valore vi aspettate di trovare?

```
>> Eh=sum(abs(H).^2)*df
```

Mi aspetto $E_h = 3/4$ perchè $\frac{1}{2} \int_0^1 1 + 2 \cos(\pi f) + \cos^2(\pi f) df = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \right]$

3

Si calcoli numericamente la TDF inversa di $H(f)$, ottenendo la coppia \mathbf{t}, \mathbf{h} che rappresenta la risposta all'impulso del sistema. Che valori vi aspettate di trovare per \mathbf{N} , $i0$, dt ?

```
>> N=length(H)           % mi aspetto N = 200, quindi N pari
>> i0=find(f==0)         % mi aspetto i0 = 101 perchè ho un campione in più per le f negative in -5 Hz
>> Hshift=[H(i0:N) H(1:i0-1)];
>> hshift=ifft(Hshift)*N*df;
>> h=fftshift(hshift);
>> dt=1/N/df;           % mi aspetto dt = 0.1 perchè il range di osservazione nelle frequenze è di 10 Hz
>> t=(-N/2+(0:N-1))*dt; % N pari
```

Dei quattro grafici proposti nella pagina successiva, qual è il risultato dell'istruzione $\mathbf{plot(t, h)}$, e perchè?

Le forme d'onda sono tutte uguali. I quattro grafici differiscono per il range di osservazione e per il passo di discretizzazione.

L'intervallo di osservazione nei tempi è pari all'inverso del passo di discretizzazione nelle frequenze $\mathbf{df=0.05}$ quindi pari a 20 s. Questo esclude la (A) e la (C). Il passo di discretizzazione nei tempi è l'inverso del range di osservazione in frequenza (10 Hz) ed è quindi pari a 0.1 s, quindi quella giusta è la (B) perchè la (D) ha molti più di 10 campioni in un secondo.

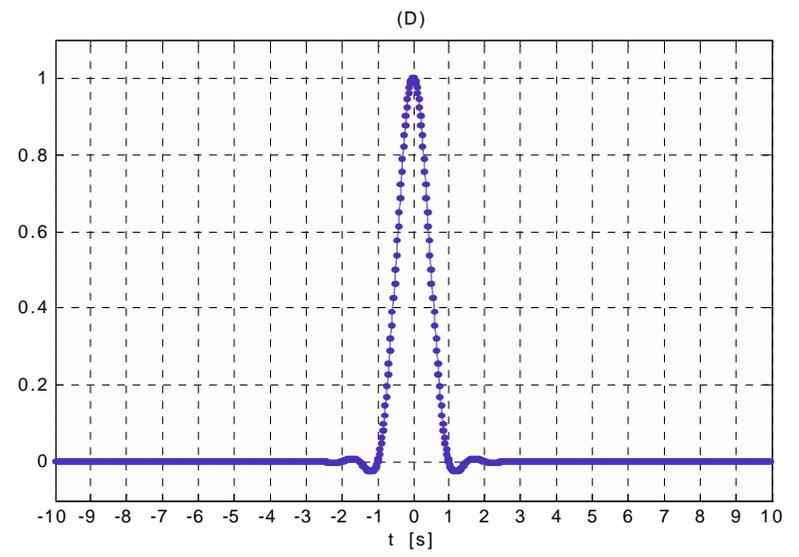
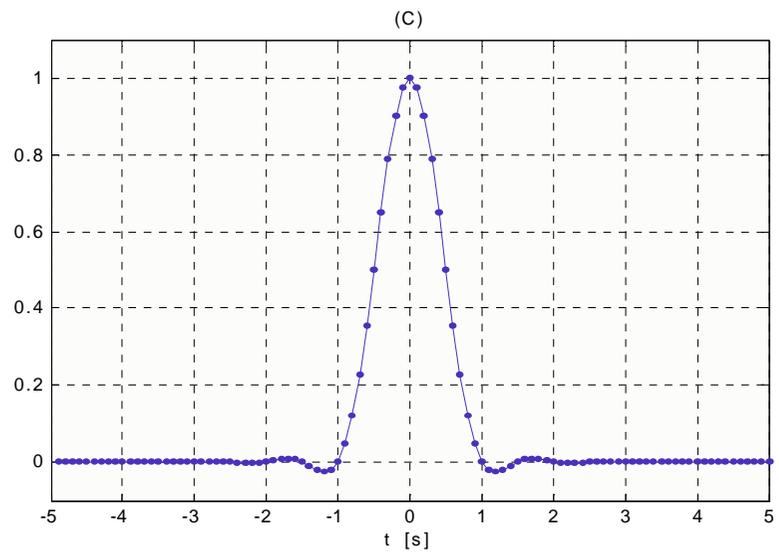
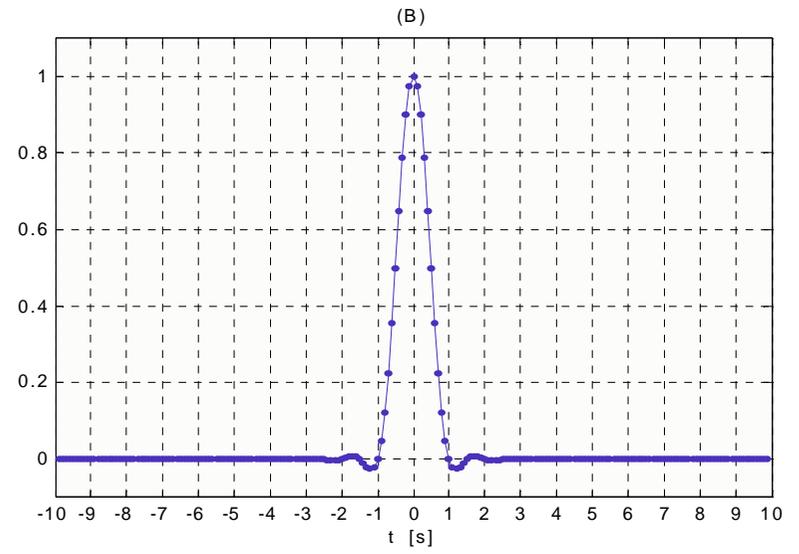
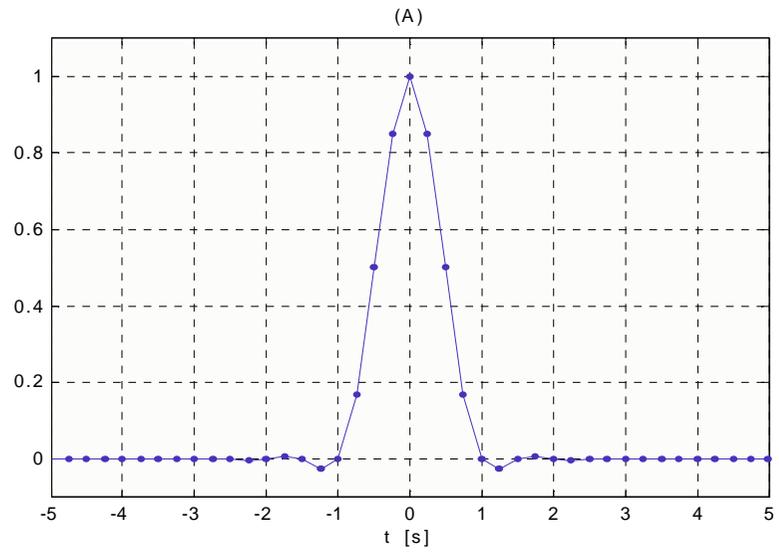


Fig. 2

4

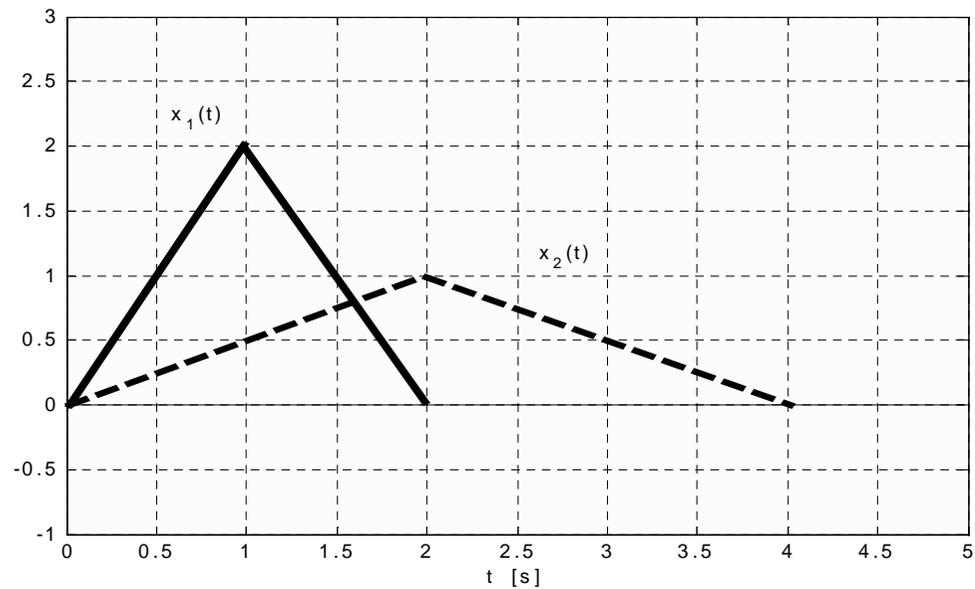
Senza disporre di una funzione **tri.m** definire in matlab i vettori **t1**, **x1**, **t2**, **x2** che sull'intervallo $0 \leq t \leq 5$ s con passo **dt** = 0.05 s rappresentano le forme d'onda:

$$x_1(t) = 2 \operatorname{tri}(t-1), \quad x_2(t) = \operatorname{tri}\left(\frac{t-2}{2}\right)$$

```
>> dt=0.05;  
>> t1=0:dt:5;  
>> x1=2*(1-abs(t1-1));  
>> set=find(x1<0);  
>> x1(set)=0;
```

```
>> t2=0:dt:5;  
>> x2=(1-abs(t2/2-1));  
>> set=find(x2<0);  
>> x2(set)=0;
```

Tracciarne i grafici nel diagramma qui a destra.



5

Ricavare numericamente la forma d'onda $y(t)$ ottenuta convolvendo $x_1(t)$ e $x_2(t)$, e tracciarne il grafico.

```
>> y=conv(x1,x2)*dt;  
>> t=(0:length(y)-1)*dt;
```

% x1 e x2 iniziano in t=0, per cui anche y inizia in t=0

Fra i grafici proposti nella pagina successiva, quale vi sembra quello corretto e perchè?

SCELTE NON MOTIVATE NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

$y(t)$ deve iniziare in $t=0$ e durare circa 6 s perchè x_1 e x_2 iniziano entrambi in $t=0$ e durano, rispettivamente 2 s e 4 s. Questo esclude (C) (D) ed (E). (B) ha un tratto ad ampiezza negativa, che non può risultare dalla convoluzione tra forme d'onda tutte positive. (A) e (F) differiscono solo in ampiezza. L'ampiezza corretta di y è quella che dà un'area sottesa pari a 4 in quanto x_1 e x_2 sottendono un'area pari a 2 ed essendo $Y(f)=X_1(f)X_2(f)$ si ha anche $Y(0)=X_1(0)X_2(0)$. Poichè y somiglia ad un triangolo di base 5 s circa, sottende area 4 solo se la sua altezza è pari a $8/5=1.6$ circa, il che esclude la (F), ed è invece compatibile con la (A) che è quella corretta.

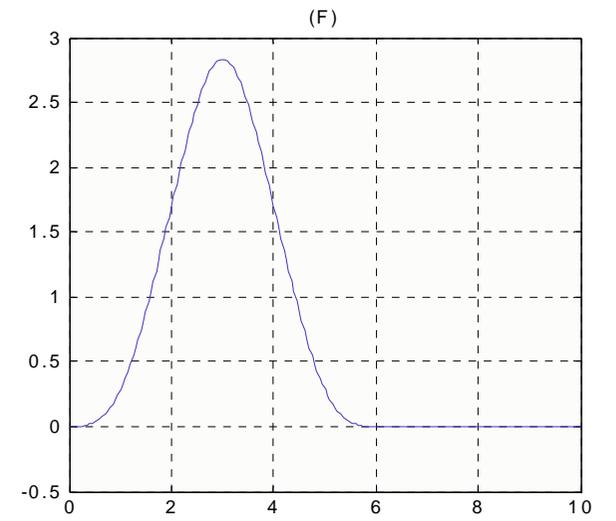
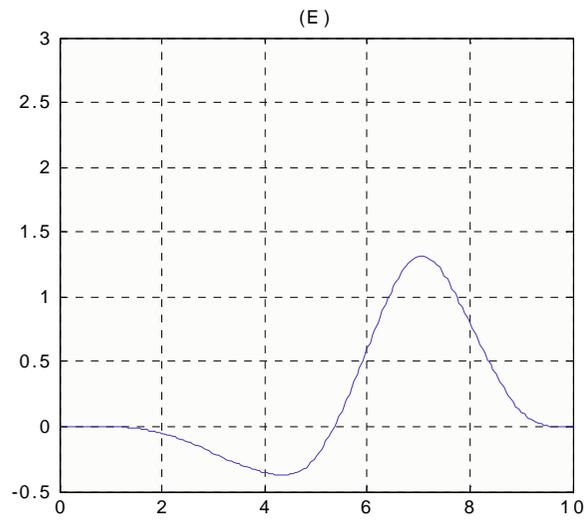
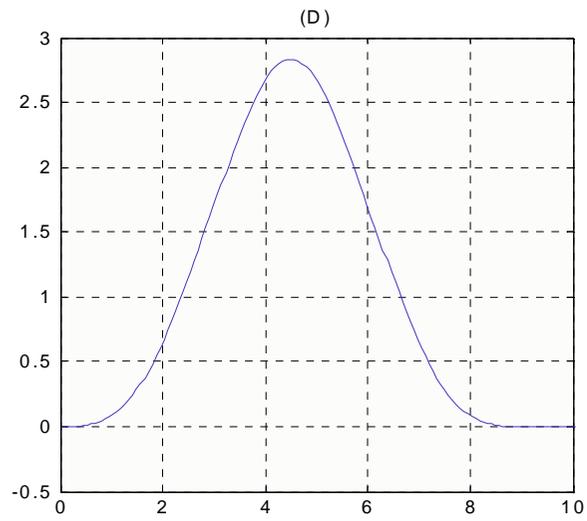
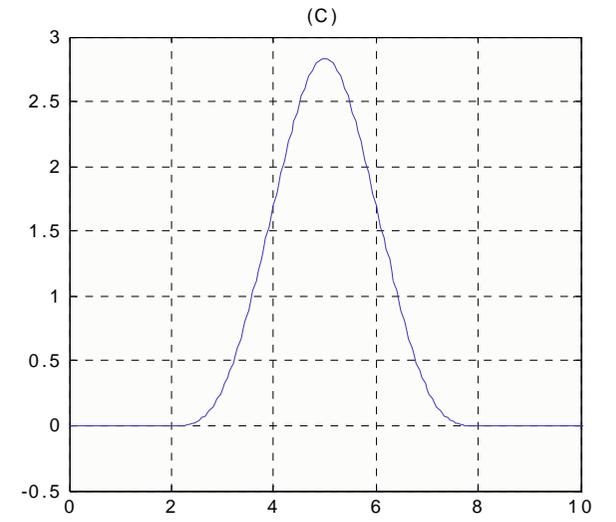
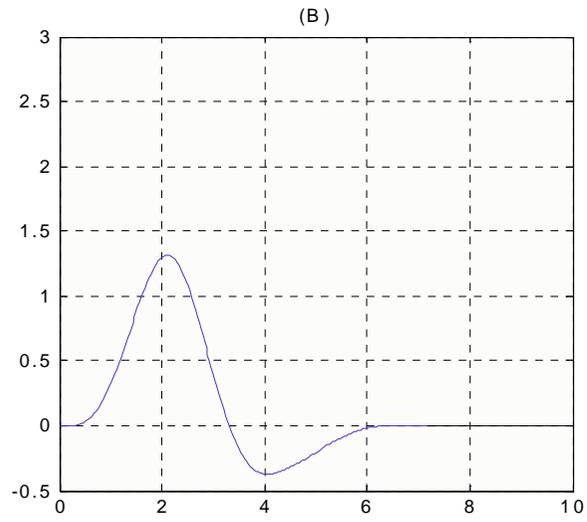
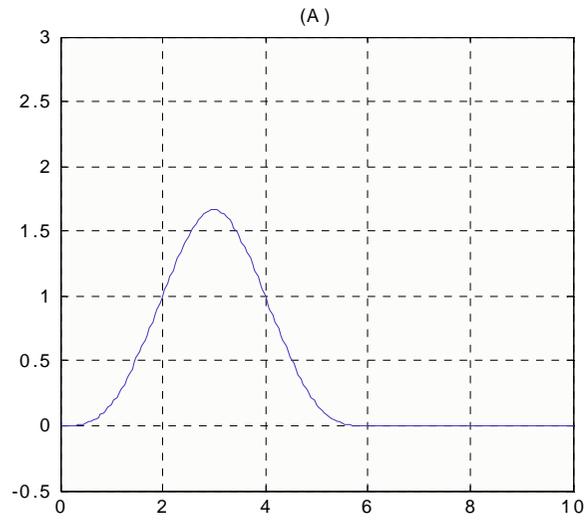


Fig. 3