Corso di Fondamenti di Segnali e Trasmissione

Allievi Ingegneri Informatici - sede di Cremona

II appello – 17 settembre 2004

Esercizio 1

Si consideri il segnale $x(t)$ periodico, ottenuto ripetendo con periodo T_0 il segnale base $g(t)$ dato da:

$$g(t) = A\, rect\left(\frac{t}{T_0/2}\right), \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(t - nT_0)$$

a) Disegnare il segnale $x(t)$ (per una durata di due o tre periodi). Calcolare valor medio, potenza ed energia del segnale $x(t)$.
b) Calcolare la trasformata di Fourier di $x(t)$ e disegnarne il grafico. Verificare il valor medio ottenuto al punto precedente.
$T_0\sqrt{\pi}$

Esercizio 2

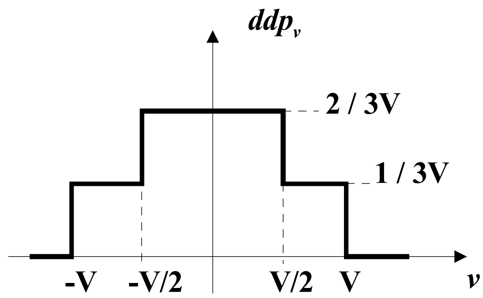
Si consideri un filtro LTI con risposta all'impulso $h(t) = \exp\left(-t^2/T_0^2\right)$.
a) Disegnare il gafico di $h(t)$. Il filtro è causale? Perchè?
b) Determinare la risposta in frequenza H(f) del filtro, e disegnarne modulo e fase.
c) Quanto vale $\int_{-\infty}^{+\infty} H(f)\, df$?
d) Determinare l'uscita $y(t)$ quando all'ingresso del filtro è applicato il segnale

$$x(t) = 1 + \cos(4\pi f_0 t + \pi/2), \qquad \text{con } f_0 = 1/T_0$$

Svolgere i calcoli ed eliminare i termini trascurabili.
(Fac.) Determinare l'uscita $y(t)$ quando all'ingresso del filtro è applicato il segnale $x(t)$ dell'esercizio 1. In base ai calcoli precedenti, ignorare i termini a frequenza maggiore di f_0.

Esercizio 3

E' dato un segnale analogico $v(t)$ di banda B_v=9.5 kHz, con valor medio nullo, ampiezza massima ±V e distribuzione dell'ampiezza $ddp_V(v)$ rappresentata in figura.
Il segnale va convertito in formato numerico, e trasmesso su un canale ideale in banda base di banda B_c=35 kHz. Per una soddisfacente qualità in ricostruzione si richiede un rapporto segnale/rumore di quantizzazione SNR_Q=46.8 dB.

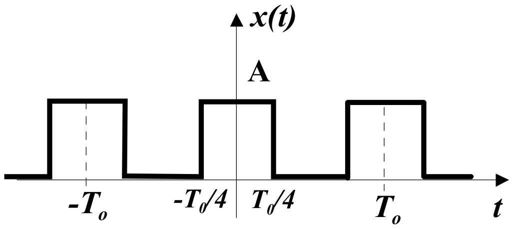


a) Qual'è il valore quadratico medio E[v^2]?
b) Con quanti bit N_Q occorre codificare i campioni di $v(t)$ per soddisfare la specifica su SNR_Q? (ATTENZIONE $v(t)$ non è distribuito uniformemente) Qual'è il bit rate R_b che occorre inviare sul canale?
c) Scegliere una modulazione adatta a trasmettere il bit rate R_b sul canale assegnato. Verificare che risulti un valore sensato per il roll-off che si può utilizzare occupando tutta la banda B_c disponibile.
d) Se il ricevitore misura un rapporto E_b/N_0 = 20 dB, con che probabilità P_b sbaglia la decisione sul singolo bit?

e) Teoria: Qual'è la caratteristica delle forme d'onda $f(t)$ dette "di Nyquist"? Cosa sono invece le forme d'onda $g(t)$ a "radice di Nyquist".

Soluzioni

Esercizio 1

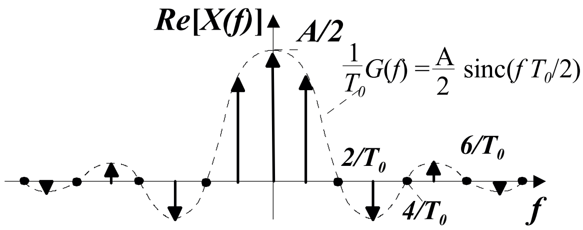


a) Il segnale $x(t)$ è periodico per cui la sua energia è infinita, $m_x = A/2, \quad P_x = A^2/2$

b) $$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k \delta(f - kf_0)$$

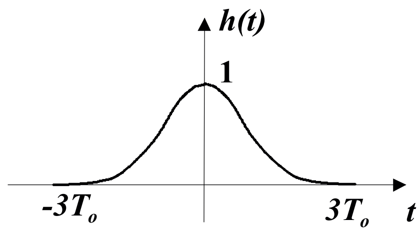
$$X_k = \frac{1}{T_0} G(kf_0) = \frac{A}{2}\operatorname{sinc}(k/2)$$

$$m_x = X_0 = A/2$$



Esercizio 2

a) Il filtro non è causale perchè $h(t) \neq 0$, per $t < 0$

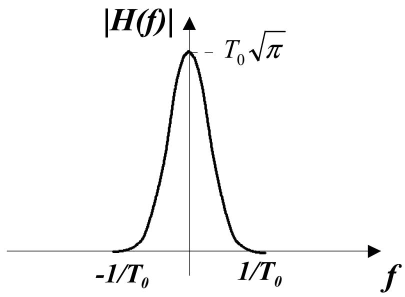


b) $$\left.\begin{aligned} &\exp(-\pi t^2) \Leftrightarrow \exp(-\pi f^2) \\ &x(at) \Leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad H(f) = T_0\sqrt{\pi}\,\exp(-\pi^2 T_0^2 f^2)$$

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} H(f)\,df = h(0) = 1$

d)

$$y(t) = H(0) + |H(2f_0)|\cos(4\pi f_0 t + \pi/2 + \sphericalangle H(2f_0)) =$$
$$T_0\sqrt{\pi}\left(1 + \exp(-4\pi^2)\cos(4\pi f_0 t + \pi/2)\right) \cong T_0\sqrt{\pi}$$

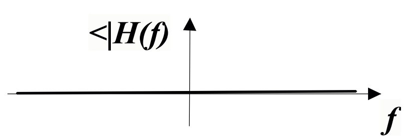


(Fac.) $Y(f) = X(f)H(f)$

come da suggerimento considero solo le delta tra $-f_0$ e f_0

$$\cong H(0)\frac{A}{2}\delta(f) + H(f_0)\frac{A}{2}\operatorname{sinc}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)\right)$$

$$y(t) = \frac{A}{2}T_0\sqrt{\pi}\left(1 + \frac{4}{\pi}\exp(-\pi^2)\cos(2\pi f_0 t)\right) \cong \frac{A}{2}T_0\sqrt{\pi}$$



Esercizio 3

a) $E[v^2] = 2\int_0^V v^2 ddp_V(v)\,dv = \frac{4}{3V}\int_0^{V/2} v^2 dv + \frac{2}{3V}\int_{V/2}^{V} v^2 dv = \frac{V^2}{4} \quad < \quad \frac{V^2}{3}$ (ddp uniforme)

b) $f_c \geq 19\ kHz$, p.e. $f_c = 20\ kHz$. Con e_q uniforme $SNR_Q = \frac{3}{4}2^{2N_Q}$, $\quad SNR_Q\big|_{dB} \cong 6N_Q - 1.2 \quad [dB]$ => N_Q= 8 bit => $R_b = 8 \cdot 10^3 \cdot 20$ bit/s = 160 kb/s

c) Occorre un M-PAM (banda base) con $B_{\min} = \frac{R_b}{2\log_2 M} = \frac{80}{\log_2 M}\ kHz < B_c = 35\ kHz \quad \Rightarrow \quad M = 8$

8-PAM: $\quad B = \frac{R_b}{6}(1+\alpha) = 35\ kHz \quad \Rightarrow \quad (1+\alpha) \cong 1.3, \quad \alpha = 30\%$, Ok

d) $P_b = \frac{2}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2}{7}\frac{E_b}{N_0}}\right) = \frac{2}{3}Q\left(\sqrt{\frac{200}{7}}\right) = 3 \cdot 10^{-8}$

e) Segnali a banda limitata che rispettano $f(kT) = 0 \quad \forall k \neq 0$. Radici di Nyquist $g(t) \Leftrightarrow G(f) = \sqrt{F(f)}$ (vedi lucidi).