
Corso di Fondamenti di Segnali e Trasmissione

Allievi Ingegneri Informatici - sede di Cremona

III appello – 21 febbraio 2006

Esercizio 1

Si consideri il segnale $x(t)$ periodico, ottenuto ripetendo con periodo T_0 il segnale base $g(t)$ dato da:

$$g(t) = A \operatorname{tri}\left(\frac{2t}{T_0}\right), \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(t - nT_0)$$

- Disegnare il segnale $x(t)$ (per una durata di tre periodi). Calcolare valor medio, potenza ed energia del segnale $x(t)$.
- Calcolare la trasformata di Fourier di $x(t)$ e disegnarne il grafico. Verificare il valor medio ottenuto al punto precedente.
- Calcolare $y(t)$, la serie di Fourier di $x(t)$ troncata ai primi due termini e disegnarne il grafico sovrapposto a quello di $x(t)$. Quanto vale il massimo dell'errore $\max_t |y(t) - x(t)|$?

Esercizio 2

Si consideri un filtro LTI con risposta all'impulso $h(t) = A(e^{-t} + e^{-2t})u(t)$

dove $u(t)$ è la funzione a scalino:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ 1 & \forall t \geq 0 \end{cases}$$

- Il filtro è causale? Disegnare (approssimativamente) il grafico di $h(t)$.
- Calcolare la risposta in frequenza $H(f)$ del filtro.
- Determinare l'uscita $y(t)$ quando all'ingresso del filtro è applicato il segnale $x(t) = \cos(t)$.

Esercizio 3

Si desidera trasmettere una sequenza di misure di temperatura rilevate ogni mezzo millisecondo e quantizzate con la precisione del decimo di grado tra -10 e 15 °C, utilizzando un canale in banda passante di banda $B_c = 15$ kHz.

- Si determini il ritmo con cui occorre trasmettere i bit.
- Compatibilmente con la banda disponibile, si scelga la più semplice modulazione adatta al caso. Utilizzando un roll-off del 25% rimane della banda a disposizione?
- Supponendo che il ricevitore misuri un rapporto $E_b/N_0 = 7$ dB, con che probabilità P_b sbaglia la decisione sul singolo bit?
- Si supponga ora di sfruttare meglio la banda a disposizione trasmettendo la stessa sequenza di dati protetta da un opportuno codice BCH di lunghezza $N=63$. Quale codice si potrebbe utilizzare?
- Sempre con $E_b/N_0 = 7$ dB, determinare p e P_b , probabilità d'errore sul bit all'ingresso ed all'uscita del decodificatore, rispettivamente.

Parametri dei codici BCH di lunghezza $N=63$

N	K	d	t
63	57	3	1
63	51	5	2
63	45	7	3
63	39	9	4
63	36	11	5

Soluzioni

Esercizio 1

a) Il segnale $x(t)$ è periodico per cui la sua energia è infinita, $m_x = A/2$, $P_x = A^2/3$

$$b) X(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k \delta(f - kf_0)$$

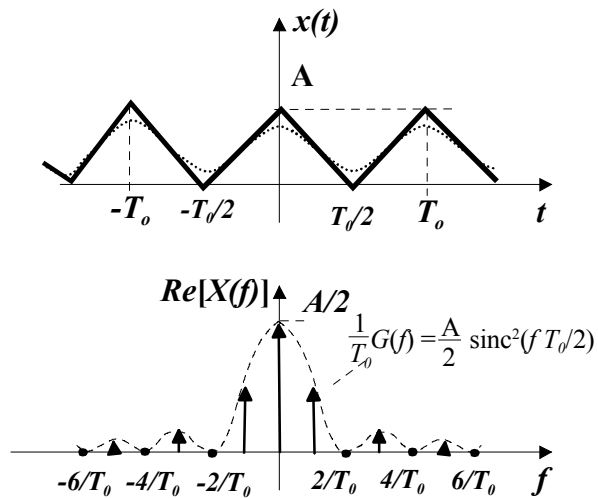
$$X_k = \frac{1}{T_0} G(kf_0) = \frac{A}{2} \text{sinc}^2(k/2)$$

$$m_x = X_0 = A/2$$

$$c) X_1 = X_{-1} = \frac{A}{2} \text{sinc}^2(1/2) \cong 0.2A$$

$$y(t) = \frac{A}{2} (1 + 0.8 \cos(2\pi t/T_0)) \Rightarrow \text{errore } 0.1A$$

(punteggiata in figura)



Esercizio 2

a) Il filtro è causale perchè $h(t) \neq 0$, per $t < 0$

$$\Im[Ae^{-at}u(t)] = A \int_0^{+\infty} e^{-at} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{A}{a + j2\pi f}$$

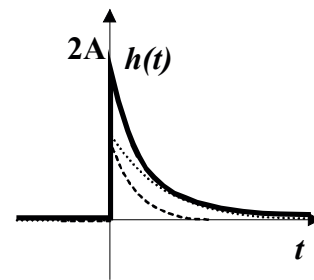
b)

$$H(f) = \frac{A}{1 + j2\pi f} + \frac{A}{2 + j2\pi f}$$

c)

$$H\left(\frac{1}{2\pi}\right) = A \left(\frac{1}{1+j} + \frac{1}{2+j} \right) = A \frac{3+2j}{1+3j}$$

$$y(t) = A\sqrt{13/10} \cos(t + \arctan(2/3) - \arctan(3))$$



Esercizio 3

a) Occorrono 8 bit per ogni misura (256 livelli di quantizzazione > 250), da inviare ogni 1/2 ms, quindi $R_b = 16$ kb/s

b) In banda passante, la banda minima è pari a

$$B_{\min} = \frac{2R_b}{\log_2 M} = \begin{cases} M=4 & \rightarrow 8 \text{ kHz} \\ M=16 & \rightarrow 4 \text{ kHz} \\ \dots & \dots \end{cases}$$

quindi possiamo utilizzare una modulazione 4-QAM che con roll-off del 25% utilizza solo 10 kHz dei 15 kHz a disposizione.

$$c) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \Big|_{E_b/N_0=7 \text{ dB}} \cong 10^{-3}$$

d) $R_c \geq 10 \text{ kHz} / 15 \text{ kHz} = 2/3$ quindi scelgo il BCH (63,45) correttore di tre errori.

$$e) R_c = 45/63 \Rightarrow p = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0} R_c}\right) \cong 3.8 \cdot 10^{-3} \Rightarrow P_b \cong \frac{N^t}{t!} p^{t+1} \cong 8 \cdot 10^{-6}$$